

Základní vztahy a údaje

Tuhé těleso

hmotný střed

$$\vec{R}_T = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\int_V \vec{r} dV}{\int_V dV}$$
$$x_T = \frac{1}{M} \sum_i m_i x_i = \frac{1}{V} \int_V x dV$$
$$y_T = \frac{1}{M} \sum_i m_i y_i = \frac{1}{V} \int_V y dV$$
$$z_T = \frac{1}{M} \sum_i m_i z_i = \frac{1}{V} \int_V z dV$$

moment setrvačnosti

$$I = \sum_i m_i r_{\perp,i}^2 = \frac{M}{V} \int_V r_{\perp}^2 dV$$

r_{\perp} je kolmá vzdálenost od osy otáčení

tenzor setrvačnosti

$$I_{ij} = \frac{M}{V} \int_V (r^2 \delta_{ij} - x_i x_j) dV$$
$$r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$\delta_{ij} = 1 \text{ pro } i = j, \delta_{ij} = 0 \text{ pro } i \neq j$$

moment setrvačnosti

(vzhledem k obecné ose)

$$I_{\nu} = \sum_{i,j=1}^3 I_{ij} \nu_i \nu_j$$
$$\vec{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$$

$\vec{\nu}$ je jednotkový vektor ve směru osy otáčení

moment hybnosti

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \vec{\omega}$$

moment síly

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = I \vec{\varepsilon} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

2. impulzová věta

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

kinetická energie

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Pappova věta (o hmotném středu rovinného útvaru)

$$2\pi x_T \cdot S = V,$$

kde S je povrch rovinného útvaru, V je objem tělesa, které vznikne jeho rotací, a x_T je kolmá vzdálenost hmotného středu od osy otáčení.

Steinerova věta

$$I_o = I_T + MR_T^2,$$

kde I_T je moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení o_T procházející hmotným středem tělesa, I_o je moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení o , která je rovnoběžná s osou o_T a její kolmá vzdálenost od hmotného středu je R_T .

Základní vztahy a údaje

Perioda kmitů fyzického kyvadla

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_T + MR^2}{MgR}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{MgR}},$$

kde I_T je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení procházející hmotným středem, I_o je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení o a R značí vzdálenost hmotného středu od osy otáčení o .

Komplexní reprezentace

komplexní exponenciála

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

komplexní čísla

$$z = z_1 + iz_2 = \operatorname{Re}[z] + i\operatorname{Im}[z]$$

$$z = e^\alpha = e^{\alpha_1 + i\alpha_2} = |z|(\cos \alpha_2 + i \sin \alpha_2)$$

$$z_1 = \operatorname{Re}[z] = e^{\alpha_1} \cos \alpha_2$$

$$z_2 = \operatorname{Im}[z] = e^{\alpha_1} \sin \alpha_2$$

Tlumené kmity

pohybová rovnice

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

aperiodický pohyb ($\delta > \omega_0$)

$$x(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}$$

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

mezní aperiodický pohyb ($\delta = \omega_0$)

$$x(t) = C_1 e^{-\delta t} + C_2 t e^{-\delta t}$$

tlumené kmity ($\delta < \omega_0$)

$$x(t) = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

činitel jakosti

$$Q = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

Nucené kmity

pohybová rovnice

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \Omega t$$

partikulární řešení

$$x(t) = A_0 \sin(\Omega t + \vartheta)$$

amplituda

$$A_0(\Omega) = \frac{F_0}{m} [(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2]^{-1/2}$$

fázový posuv

$$\operatorname{tg} \vartheta(\Omega) = -\frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

výkon vynucovací síly

$$P_F(\Omega) = \frac{F_0^2 \Omega^2 \delta}{m} [(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2 \Omega^2]^{-1}$$

Lorentzián

$$P_F(\Omega) = \frac{F_0^2 \delta}{4m} [(\Omega - \omega_0)^2 + \delta^2]^{-1}$$

odstředivá síla: $\vec{F}_{od} = -m\vec{\omega}(\vec{\omega} \times \vec{r})$

Coriolisova síla: $\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$

transformační matice pro otočení v rovině o úhel ϑ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

transformace tenzoru 2. řádu: $\mathbf{A}' = \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{A}^T$

Hookův zákon pro izotropní prostředí: $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\boldsymbol{\sigma} - \nu \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{E}]$

Bernoulliho rovnice: $\frac{1}{2}\rho v + p + \rho gh = \text{konst.}$

rovnice kontinuity: $S_1 v_1 = S_2 v_2$

Hagen-Poiseuillův zákon: $Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} R^4$

Stokesova odporová síla: $F_S = 6\pi\eta Rv$

Základní vztahy a údaje

Ideální plyn

stavová rovnice ideálního plynu

$$pV = NkT$$

$$pV = nRT$$

Boltzmannova konstanta

$$k = 1.380648 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$k = 8.61733 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$$

Avogadrova konstanta

$$N_A = 6.022214 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

molární plynová konstanta

$$R = kN_A = 8.31446 \text{ J mol}^{-1}$$

normální atmosférický tlak

$$p_0 = 101.325 \text{ kPa}$$

teplota tání vody

$$T_0 = 273.15 \text{ K}$$

izotermický děj

$$pV = \text{konst.}$$

izochorický děj

$$\frac{p}{T} = \text{konst.}$$

izobarický děj

$$\frac{V}{T} = \text{konst.}$$

adiabatický děj

$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

Poissonova konstanta

$$\gamma = \frac{2}{f} + 1$$

f je počet stupňů volnosti molekuly

$$\gamma = \frac{5}{3} \text{ pro jednoatomové molekuly}$$

$$\gamma = \frac{7}{5} \text{ pro dvouatomové molekuly}$$

práce vykonaná ideálním plynem

$$W = \int_1^2 p \, dV$$

teplo přijaté při izochorickém ději

$$Q = mc_V(T_2 - T_1) = nC_V(T_2 - T_1)$$

teplo přijaté při izobarickém ději

$$Q = mc_p(T_2 - T_1) = nC_p(T_2 - T_1)$$

změna vnitřní energie plynu

$$\Delta U = mc_V(T_2 - T_1) = nC_V(T_2 - T_1)$$

1. termodynamický zákon

$$Q = \Delta U + W$$